

## Ziele und geplante Inhalte der Vorlesung

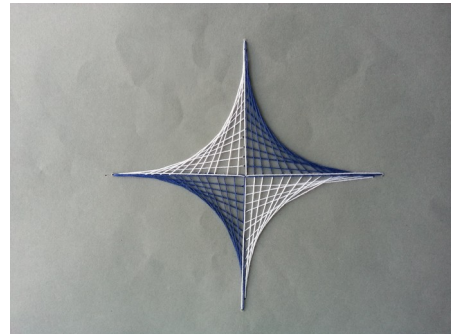
### Ausgewählte Probleme der SekII

#### Sommersemester 19

Donnerstags: 12.15-13.45 Uhr

Raum: 5 514

Dozentin: Prof. Dr. Y.Weiss



In jeder Vorlesung werden mehrere Probleme der Darstellung von Inhalten der SekII oder deren propädeutischer Vorbereitung vorgestellt.

Jede Vorlesung ist einem Begriff oder mehreren Begriffen gewidmet und orientiert sich an derzeitigen Darstellungen in verschiedenen Lehrbüchern unter Einbeziehung von Vorgaben aus Kernlehrplänen und Bildungsstandards.

In den dazugehörigen Seminaren schauen Sie sich selbst Darstellungen dieser Begriffe in verschiedenen Lehrbüchern an und lernen nebenbei Grundzüge des Lehrbuchdesigns kennen.

Für die Gestaltung Ihres Seminars greifen Sie auf die in der Vorlesung vorgestellten Probleme zurück oder befassen sich mit Problemen, die Sie bei der Lehrbuchanalyse selbst entdeckt haben.

Sie wählen als Aufgabentyp Einstieg/Einführung oder Systematisieren/Vereinheitlichen oder Üben/Wiederholen/Vertiefen/Vernetzen oder Exkurs.

In der Vorlesung wurden zu allen Typen Aufgabenbeispiele vorgestellt.

Durch Variation der Aufgabenstellungen aus den Schulbüchern und Entwicklung eigener Aufgaben entwickeln Sie eine Seminarsitzung in Form eines Workshops.

In den Vorlesungen kommen verschiedene fachdidaktische (sowohl empirische als auch stoffdidaktische) Forschungsmethoden der Unterrichtsentwicklung zur Anwendung.

Die Einführung dieser Methoden erfolgt durch ihre exemplarische Anwendung.

#### Thema 1

##### Inhalt: Einführung reeller Zahlen

**Probleme:** fehlende geometrische Abgrenzung des Begriffs, schnelle Algebraisierung, Vermischen

verschiedener Kontexte

##### **Fachdidaktische Konzepte:**

- verschiedene Kontextualisierungen (Geometrie, Algebra, Analysis)
- Abgrenzung von Begriffen
- Unterrichtsentwicklung durch Dynamik Unterrichtsgegenstand → Problemlösemethode → Unterrichtsgegenstand

##### **Lösung der Probleme (ausführlich):**

Abgrenzung:

- begriffliche Abgrenzung als Menge:  $\mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$  durch Eigenschaften rationaler Zahlen, die reelle Zahlen nicht haben (z.B. Abzählbarkeit, Kommensurabilität)
- begriffliche Abgrenzung durch Objekte z.B.  $\sqrt{2} \notin \mathbb{Q}$

Kontextualisierungen:

Geometrische Kontexte (auch Vorwissen aus der Fachdidaktik Geometrie)

- Kommensurabilität (geometrischer Euklidischer Algorithmus, Wechselwegnahme)
- Interpretation irrationaler Größen als geometrische Größen (Verdopplung des Quadrats, Bestimmung der Länge der Diagonale eines Quadrats, Wurzelspirale, goldener Schnitt,

Kreisumfang, Kreisfläche ...)

- geometrisches Rechnen, Grundoperationen und Quadrieren

Arithmetische und algebraische Kontexte (Vorwissen aus der Fachdidaktik Algebra)

- Zahlenbereichserweiterungen (Natürliche → Rationale Zahlen → Reelle Zahlen,  $a+b\sqrt{2}$ )
- Erweiterung der Rechenoperationen und Erweiterung der Mengen
- Beweise zur Irrationalität  $\sqrt{2}$ , Übertragung des Euklidischen Beweises auf  $\sqrt{3}$  und  $\sqrt{4}$

Vorbereitung numerischer Kontexte

- durch Algorithmen (Beweis Calkin-Wilf, geometrischer Euklidischer Algorithmus)
- durch Näherungsverfahren Heronverfahren, Intervallschachtelung
- Definition irrationaler Zahlen als Grenzwert

## Thema 2

### **Funktionaler Zusammenhang – Darstellungswechsel**

**Probleme:** Schneller Übergang zum Training des Kalküls, Verständnis funktionaler Zusammenhänge kommt zu kurz, starke Bindung des Funktionsgraphen an die Darstellungen Term und Wertetabelle, Training des Darstellungswechsels ohne die Darstellungen entwickelt zu haben.

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

quantitative Empirie: Aufgaben TIMSS

curriculare Entwicklungen: Bildungsstandards, Tätigkeitstheorie

**Lösung:** Kritische Reflexion, Entwicklung alternativer Aufgaben (z.B. Füllgraphen)

## Thema 3

### **Funktionaler Zusammenhang – Zuordnung, Funktion als Ganzes**

**Probleme:** Funktion als Zuordnung und Funktion als Ganzes werden kaum als Problemlösemethode genutzt

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- Unterrichtsentwicklung durch Dynamik Unterrichtsgegenstand → Problemlösemethode → Unterrichtsgegenstand
- Unterrichtsentwicklung durch Dynamik Operationalisieren – Konzeptualisierungen
- Reflektion der Selbsttätigkeiten zum Wissensumgang
- Konzentrationsprinzip (Spiralprinzip, Vernetzen)
- Formalbildungsprinzip

#### **Lösung:**

Zuordnung als Problemlösemethode (z.B. Schubladenprinzip),

Zuordnung bei punktwiser Konstruktion geometrischer Orte,

Nomogramme,

Verschiedene Koordinatisierungen von Kurven,

Konkrete Aufgabenbeispiele, um größere Ausgeglichenheit zu schaffen

## Thema 4

### **Folgen**

**Probleme:** Schneller Übergang zur symbolischen Schreibweise, zu wenig enaktive und ikonische

Darstellungen, fehlende Propädeutik

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- Unterrichtsentwicklung durch Spiralprinzip (langfristige propädeutische Begriffsentwicklung)
- Unterrichtsentwicklung durch Wechsel der Darstellungsebenen
- Utilitaristisches Prinzip
- Formalbildungsprinzip

**Lösung:** Konkrete Aufgabenbeispiele um größere Ausgeglichenheit zu schaffen, z.B. Figurierte Zahlen, Textaufgaben

## Thema 5

### Ableitung – geometrischer Zugang

**Probleme:** Geometrischer Zugang fehlt, Sekanten/Tangenten-Übergang ist Visualisierung des Differenzenquotienten,

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- Geometrische Begriffsentwicklung (historisch-genetisches Prinzip)
- Unterrichtsentwicklung durch Wechsel der Darstellungsebenen
- Konzentrationsprinzip (Spiralprinzip, Vernetzen)
- Formalbildungsprinzip

**Lösung:** Konstruktion von Tangenten, zeichnerisches Ableiten, Mittelwertsatz der Differentialrechnung, Linearisierung, Nutzung von GeoGebra

## Thema 6

### Ableitungsfunktion

**Probleme:** Änderung der Änderung, geometrischer Einstieg ist Visualisierung des Differenzenquotienten, schneller Übergang zur symbolischen Schreibweise und Kalkültraining,

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

qualitative Empirie (Interviewstudie)

**Lösung:** für gegensinnige Kovariation

Vergleich folgender Vorschläge:

- Vorschlag von Hahn und Prediger: Kontextualisieren und Nutzung graphischer Darstellungen
- Konzept von Malle: Strukturierungshilfen für den Wechsel zwischen Funktionen und ihren Ableitungen und den verschiedenen Aspekten
- Entwicklung adäquater, den Kontext nutzender Darstellungen

## Thema 7

### bestimmtes Integral, geometrisches Integrieren

**Probleme:** zu schneller Übergang zur symbolischen Schreibweise, fehlende Motivation von Riemann-Summen und dem Integral als Fläche, fehlende Reflexion der Funktionsklassen, Hauptsatz der Differential- und Integralrechnung als Definition,,

#### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- historisch-genetisches Prinzip
- Integration durch Nutzung geometrischer Invarianten

**Lösung:** Geometrisches Integrieren, zeichnerisches Integrieren, Herstellung des Zusammenhangs zum geometrischen und zeichnerischem Ableiten, exemplarische Volumen- und Flächenberechnung mit geometrischen Methoden

## Thema 8

## **Integral als Bestand**

**Probleme:** zu schneller Übergang zur symbolischen Schreibweise, fehlende Motivation von Riemann-Summen, fehlende Kontextualisierungen, zu wenig alternative ikonische Darstellungen und symbolische Herleitungen

### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- Utilitaristisches Prinzip
- Konzentrationsprinzip (Spiralprinzip, Vernetzen)
- Formalbildungsprinzip

**Lösung:** Konkrete Aufgabenbeispiele zur Schaffung größerer Ausgeglichenheit, anwendungsbezogene Kontextualisierungen, kleinschrittige Begriffsentwicklung der Bestandsfunktion mit Anwendungen, Nutzung von Einheiten und Wertetabellen,

## **Thema 9**

### **Entwicklung algebraischer und geometrischer Darstellungen am Beispiel des Hornerchemas zum Berechnen von Werten und der Ableitung im Punkt**

**Probleme:** geometrische Zugänge sind meist nur Visualisierungen des algebraischen Zugangs, Formeln werden nicht entwickelt und motiviert

### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- exemplarisches Arbeiten
- Konzentrationsprinzip (Spiralprinzip, Vernetzen)
- historisch-genetisches Prinzip (verschiedene historische Kontextualisierungen des Hornerchemas)

**Lösung:** Entwicklung des Hornerchemas als Problemlösemethode und algebraische Darstellung von Lills Methode

## **Thema 10**

### **Entwicklung algebraischer und geometrischer Darstellungen am Beispiel der Methode von Lills Methode und geometrischem Wurzelziehen**

**Probleme:** geometrische Zugänge sind meist nur Visualisierungen des algebraischen Zugangs, Formeln werden nicht entwickelt und motiviert,

### **Fachdidaktische Konzepte:**

stoffdidaktische

- exemplarisches Arbeiten
- Konzentrationsprinzip (Spiralprinzip, Vernetzen)
- historisch-genetisches Prinzip (verschiedene historische Kontextualisierungen des Hornerchemas)

**Lösung:** Entwicklung von Lills Methode als Problemlösemethode, Zusammenhang zum geometrischen Wurzelziehen